

PRIMER PARCIAL DE FISICA 1 (40%)

31 de Mayo de 2004

EXAMEN TIPO A

NOMBRE: Roberto A Colmenar

CARNET: \_\_\_\_\_

FIRMA: \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:**

- Cuando lo necesite utilice como valor numérico de la aceleración de gravedad:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- Convención respecto a los vectores unitarios cartesianos:  $i = \hat{i} = \hat{x}$ ;  $j = \hat{j} = \hat{y}$ ;  $k = \hat{k} = \hat{z}$ .
- Esta permitido el uso de calculadora.

**Problema 1.** El bloque de la figura 1.a. tiene una masa  $M$  y desliza sin fricción sobre un piso horizontal, y es empujado por una fuerza  $\vec{F}(t)$ . La fuerza  $\vec{F}(t)$  esta representada en la Figura 1.b. **Determine:**

- a) Velocidad y posición en  $t = T$  y  $t = 2T$  (5 pts)  
b) Velocidad y posición en  $t = 3T$  (5 pts)

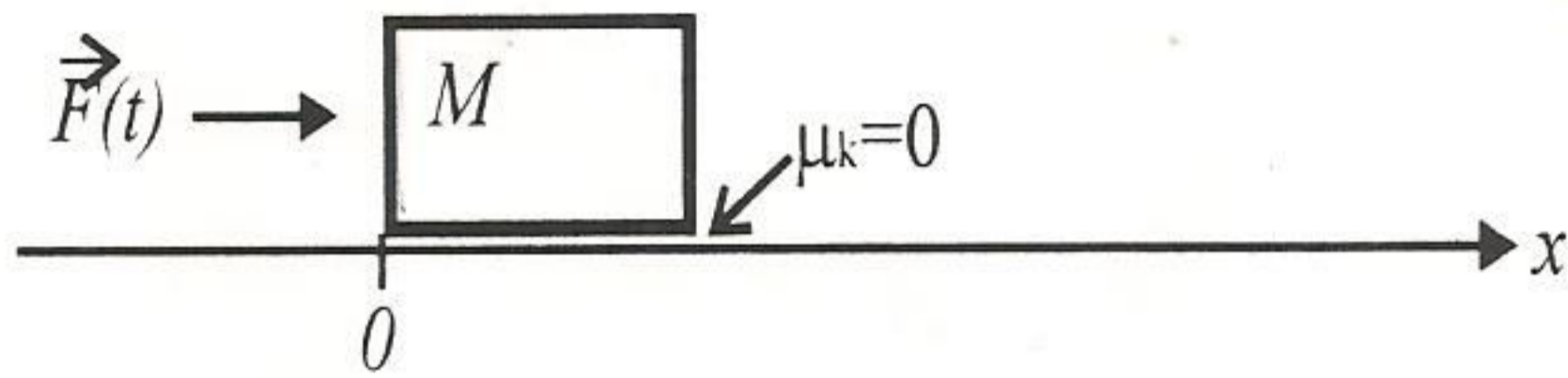


Figura 1.a

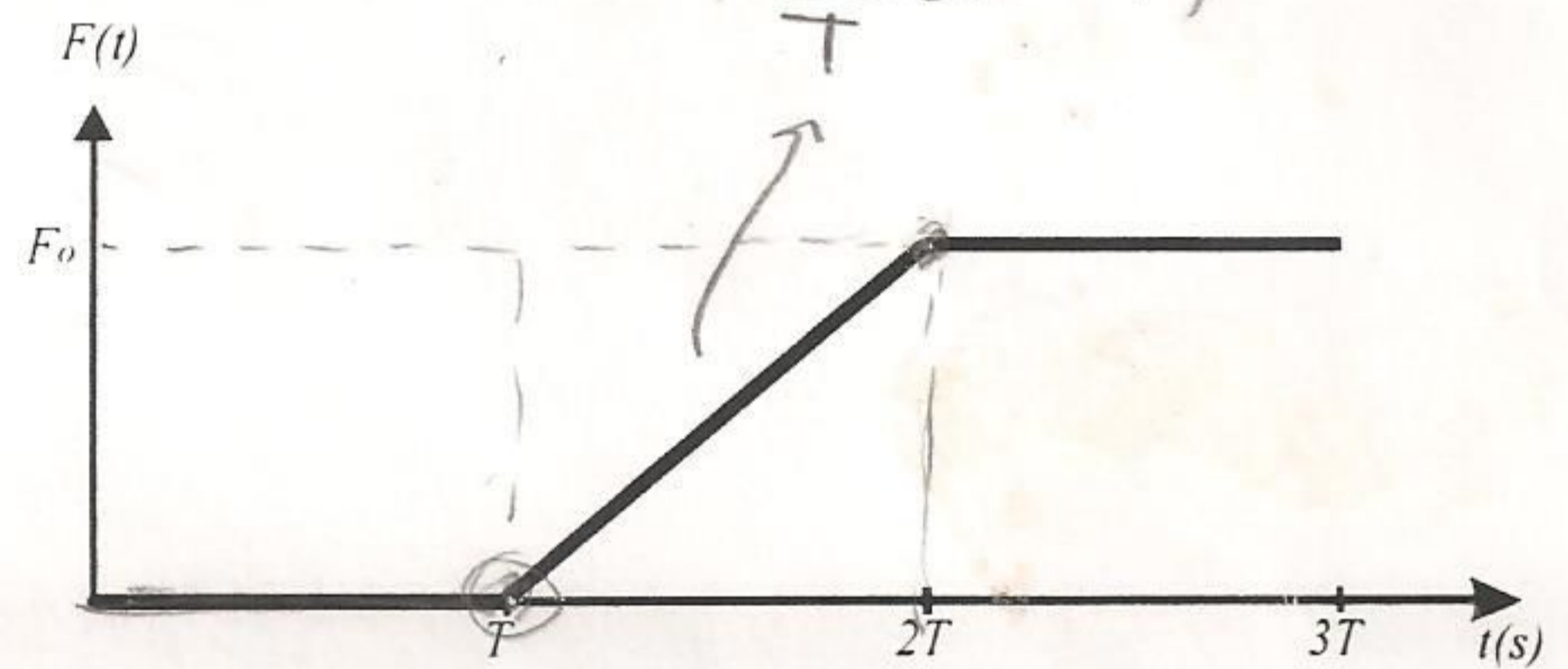


Figura 1.b

Sol:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq T \\ \frac{F_0}{T}(t-T) & T \leq t \leq 2T \\ F_0 & 2T \leq t \leq 3T \end{cases}$$

a)  $v(t)$  y  $x(t)$   $\left\{ \begin{array}{l} t=T \\ t=2T \end{array} \right. \quad M = \frac{F_0 \cdot 0}{2T - T}$   
b)  $v(t)$  y  $x(t)$   $\rightarrow t=3T \quad M = \frac{F_0}{T}$

Sol:

a)  $\vec{F}(t) = M\vec{a}(t)$

$\Rightarrow a(t) = \frac{F(t)}{M} \Rightarrow \frac{d}{dt} v(t) = \frac{F(t)}{M}$

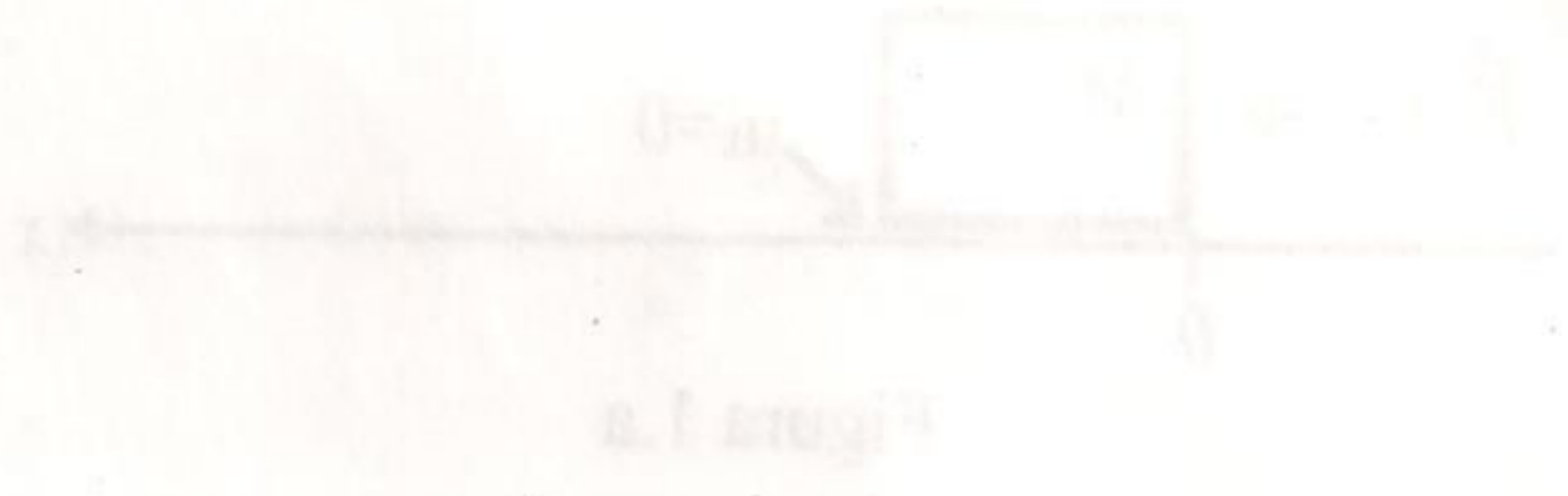
$\Rightarrow v(t) = \frac{1}{M} \int_0^t F(t) dt = \frac{F_0}{MT} \int_T^{2T} (t-T) dt = \frac{F_0}{MT} \left( \int_T^{2T} t dt - T \int_T^{2T} dt \right)$

$\Rightarrow v(t) = \frac{F_0}{MT} \left( \frac{t^2}{2} \Big|_T^{2T} - T t \Big|_T^{2T} \right) = \frac{F_0}{MT} \left[ \frac{1}{2} (4T^2 - T^2) - (2T^2 - T^2) \right]$

$= \frac{F_0}{MT} \left[ \frac{3}{2} T^2 - T^2 \right] = \frac{F_0 T}{2M} \Rightarrow \boxed{v(t) = \frac{F_0 T}{2M}}$

$$X(t) = \int v(t) dt \Rightarrow X(t) = \int_0^{2T} \frac{F_0 T}{2M} dt \Rightarrow \boxed{X(t) = \frac{F_0 T^2}{2M}}$$

$$b) v(t) = \frac{1}{M} \int_0^{2T} F_0 dt \Rightarrow \boxed{v(t) = \frac{F_0 T}{M}} \quad \boxed{X(t) = \frac{F_0 T^2}{M}}$$



Problem 1. A block of mass  $M$  is pushed along a horizontal surface by a force  $F(t)$  as shown in Figure 1. The force  $F(t)$  is zero for  $t < 0$  and  $t > 3T$ . The force  $F(t)$  is constant at  $F_0$  for  $0 < t < T$ . The force  $F(t)$  increases linearly from  $F_0$  at  $t = T$  to  $2F_0$  at  $t = 2T$ . The force  $F(t)$  decreases linearly from  $2F_0$  at  $t = 2T$  to  $F_0$  at  $t = 3T$ . The force  $F(t)$  is zero for  $t > 3T$ .

(a) Velocity  $v(t)$  as a function of  $t$ .  
 (b) Displacement  $X(t)$  as a function of  $t$ .

Solution:  
 (a)  $v(t) = \int_0^t a(t) dt$   
 For  $0 < t < T$ ,  $F(t) = F_0$ ,  $a(t) = \frac{F_0}{M}$ ,  $v(t) = \frac{F_0 t}{M}$ .  
 For  $T < t < 2T$ ,  $F(t) = F_0 + \frac{F_0}{T}(t-T)$ ,  $a(t) = \frac{F_0}{M} + \frac{F_0}{M} \frac{t-T}{T}$ ,  $v(t) = \frac{F_0 T}{M} + \frac{F_0}{2M} \frac{(t-T)^2}{T}$ .  
 For  $2T < t < 3T$ ,  $F(t) = 2F_0 - \frac{F_0}{T}(t-2T)$ ,  $a(t) = \frac{2F_0}{M} - \frac{F_0}{M} \frac{t-2T}{T}$ ,  $v(t) = \frac{2F_0 T}{M} - \frac{F_0}{2M} \frac{(t-2T)^2}{T}$ .  
 For  $t < 0$  and  $t > 3T$ ,  $v(t) = 0$ .

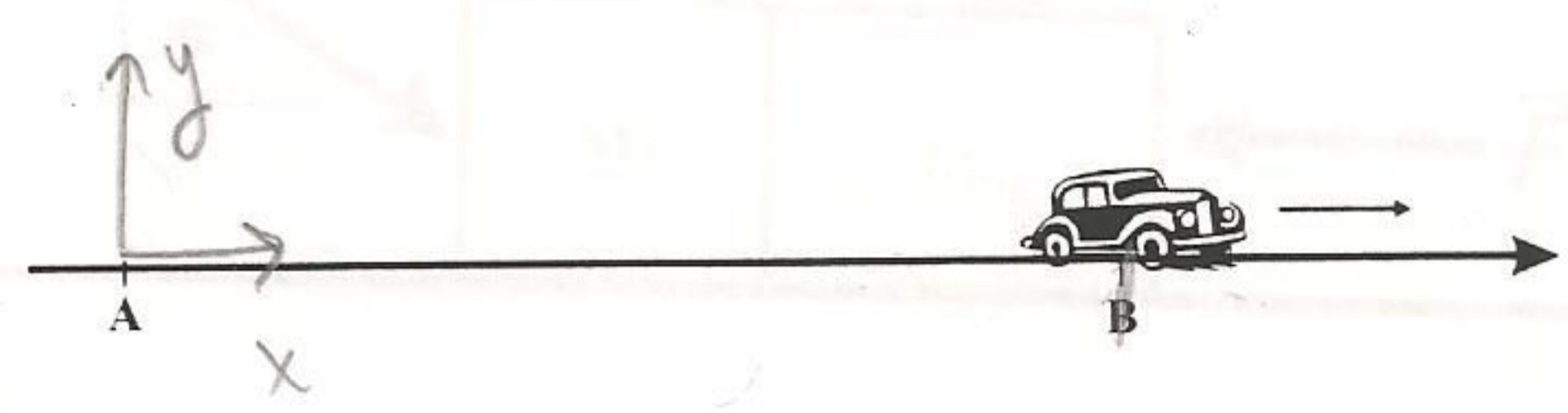
(b)  $X(t) = \int_0^t v(t) dt$   
 For  $0 < t < T$ ,  $X(t) = \frac{F_0 t^2}{2M}$ .  
 For  $T < t < 2T$ ,  $X(t) = \frac{F_0 T^2}{2M} + \frac{F_0}{6M} \frac{(t-T)^3}{T}$ .  
 For  $2T < t < 3T$ ,  $X(t) = \frac{2F_0 T^2}{M} - \frac{F_0}{6M} \frac{(t-2T)^3}{T}$ .  
 For  $t < 0$  and  $t > 3T$ ,  $X(t) = 0$ .

**problema 2.** Un avión vuela a  $360 \text{ km/h}$  a  $1 \text{ km}$  de altura, en la misma dirección se desplaza un automóvil con una rapidez de  $72 \text{ km/h}$ . El avión suelta una bomba e impacta al automóvil.



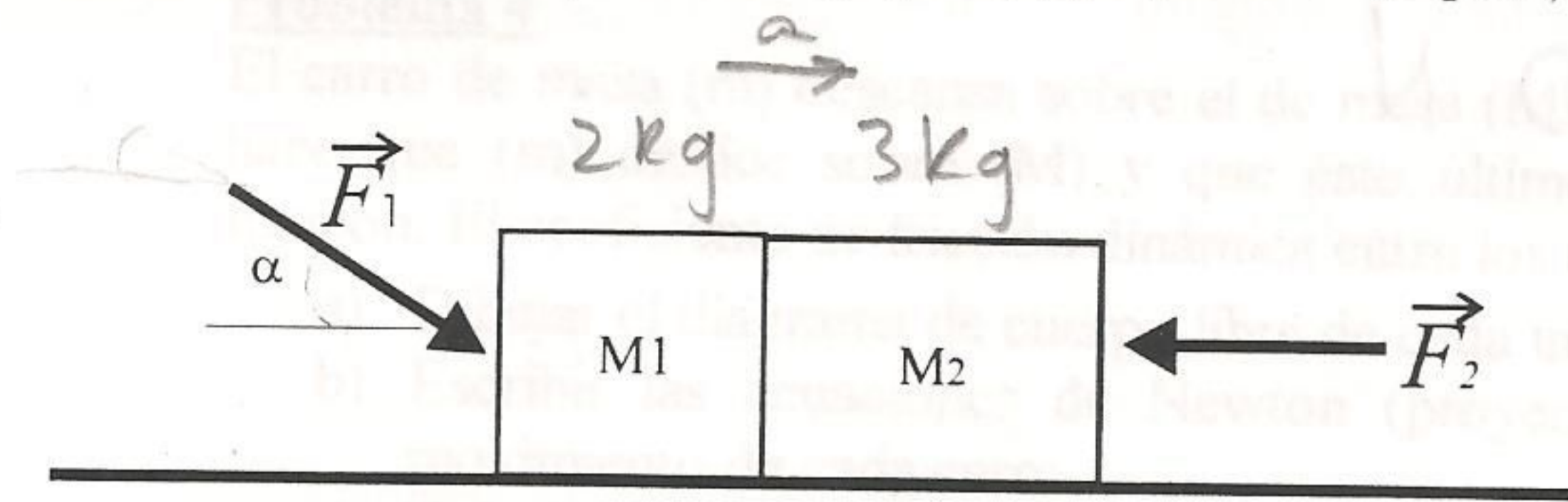
- a) ¿ Cuánto vale el segmento **AB** para que esto ocurra? (5 pts);
- b) Hallar el vector velocidad de la bomba cuando impacta al auto, visto desde el sistema de referencia del automóvil. (5 pts).

1 Km



*[Faint handwritten notes and calculations in pencil, including equations like F\_{rota} = M \cdot a, F\_c = M \cdot v^2 / r, and various algebraic steps.]*

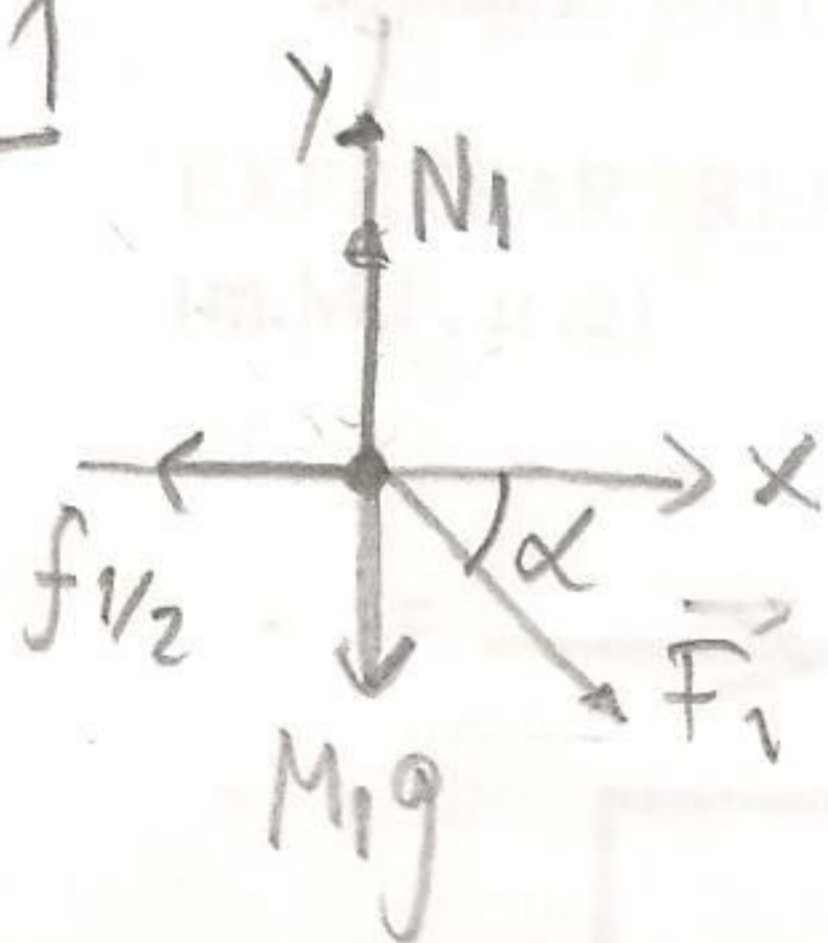
**Problema 3.** Dos bloques de masas  $M_1$  y  $M_2$  (donde  $M_1 = 2\text{kg}$  y  $M_2 = 3\text{kg}$ ) deslizan juntos sobre un plano horizontal que no presenta fricción, y están sometidos a dos fuerzas,  $\vec{F}_1$  y  $\vec{F}_2$  (donde  $|\vec{F}_1| = 20\text{N}$  y  $|\vec{F}_2| = 15\text{N}$ ) como se muestra en la figura. Determinar la **aceleración del sistema** y la **fuerza de contacto** entre  $M_1$  y  $M_2$  en los casos en que: a)  $\alpha = 60^\circ$  (5 pts); y b)  $\alpha = 0^\circ$  (5 pts).



a)  $a = ?$   
 b)  $f_c = ?$   
 $|\vec{F}_1| = 20\text{N}$      $|\vec{F}_2| = 15\text{N}$   
 $\alpha = 60^\circ$   
 $\alpha = 0^\circ$

Sol:

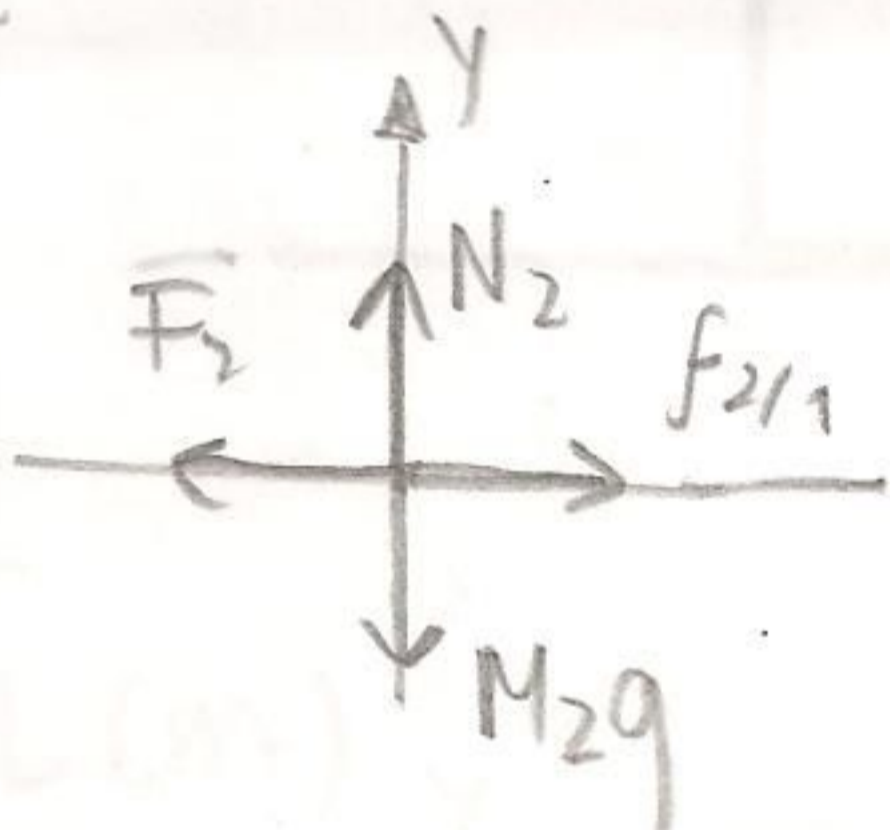
DCL 1



$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$\left. \begin{array}{l} x: F_1 \cos \alpha - f_{1/2} = M_1 a \\ y: N_1 - F_1 \sin \alpha - M_1 g = 0 \end{array} \right\}$$

DCL 2



$$\left. \begin{array}{l} x: f_{2/1} - F_2 = M_2 a \\ y: N_2 - M_2 g = 0 \Rightarrow N_2 = M_2 g \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{f}_{1/2} = -\vec{f}_{2/1} \\ |f_{1/2}| = |f_{2/1}| = f_c \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} F_1 \cos \alpha - f_c = M_1 a \\ f_c - F_2 = M_2 a \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{F_1 \cos \alpha - F_2}{M_1 + M_2}$$

$$\alpha = 0^\circ \Rightarrow a = \frac{20 \cdot 1 - 15}{2 + 3} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = 60^\circ \Rightarrow a = \frac{20 \cdot \frac{1}{2} - 15}{2 + 3} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

$$f_c = M_2 a + F_2 \Rightarrow f_c = 3 \cdot (-1) + 15 = 12 \text{ N}$$

$$\text{or } f_c = 3 \cdot (-1) + 15 = 12 \text{ N}$$

$$\underline{\alpha = 0}$$

$$\Rightarrow f_c = 15 + 3.35 \Rightarrow f_c = 120 \text{ N}$$

$$\underline{\alpha = 60^\circ}$$

$$f_c = 15 + 3.23 \Rightarrow f_c = 90 \text{ N}$$



Nombre:

Carnet:

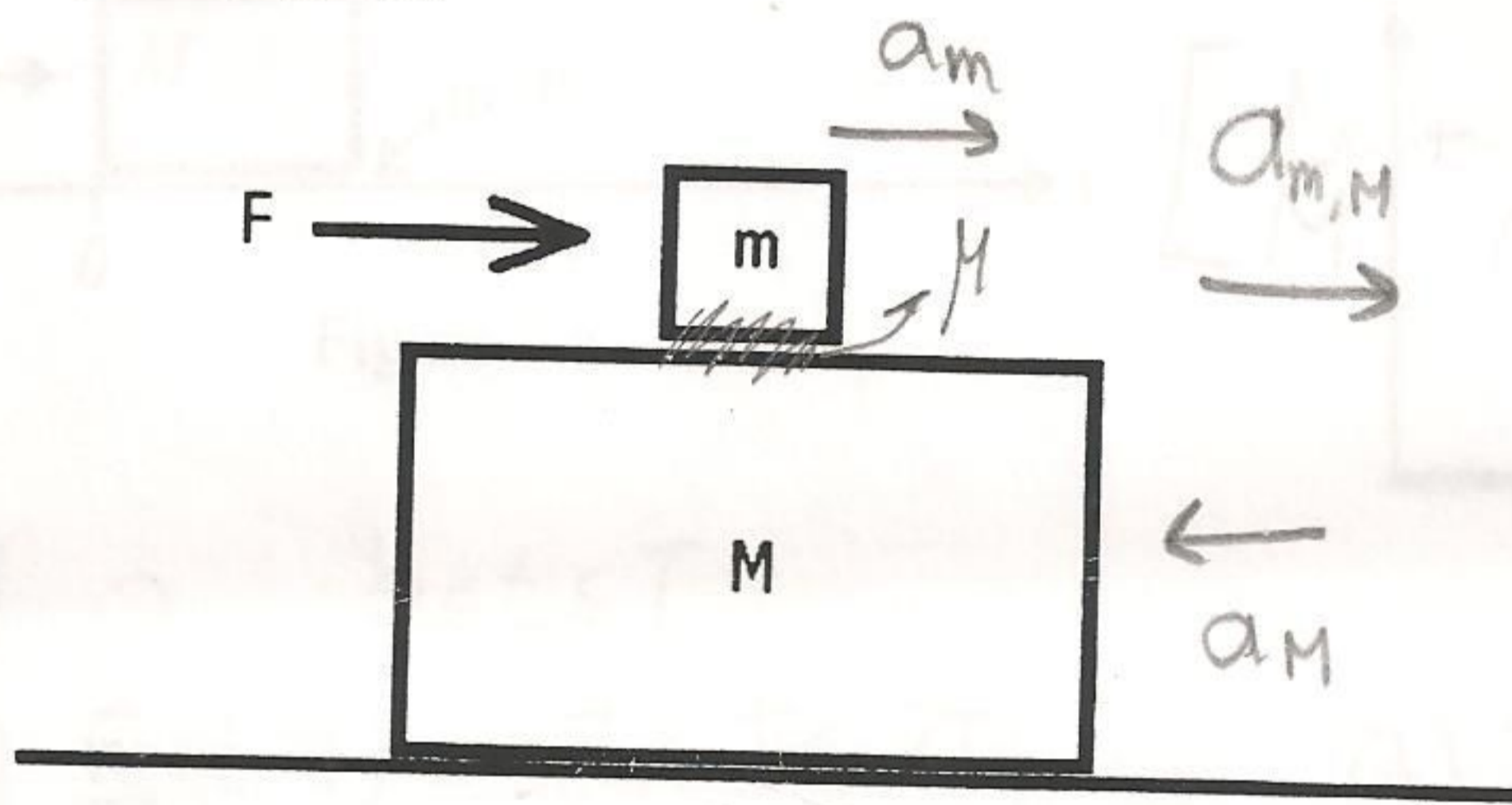
No. de lista:

### Problema 4

El carro de masa ( $m$ ) descansa sobre el de masa ( $M$ ). Sobre ( $m$ ) actúa la fuerza ( $F$ ), lo cual hace que ( $m$ ) deslice sobre ( $M$ ) y que éste último deslice sobre el piso horizontal sin fricción. El coeficiente de fricción dinámica entre los dos carros es ( $\mu$ ).

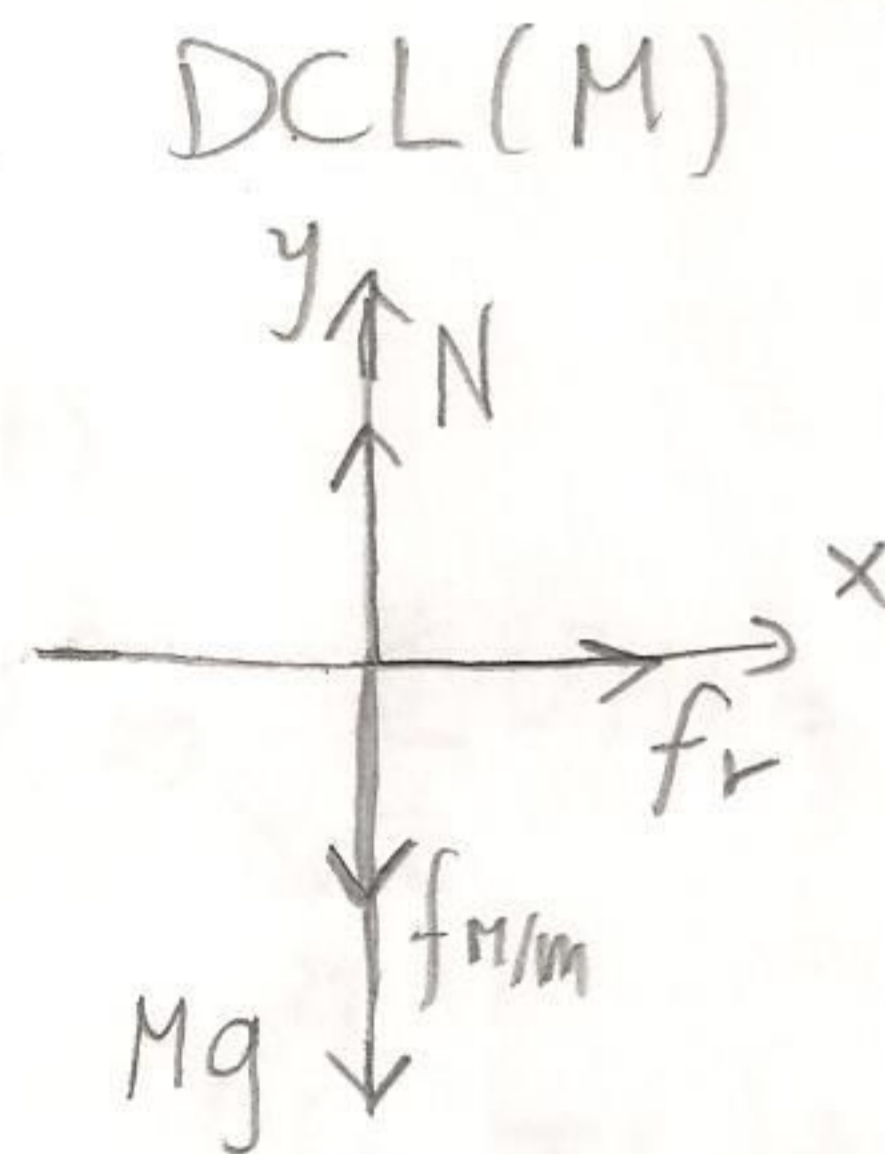
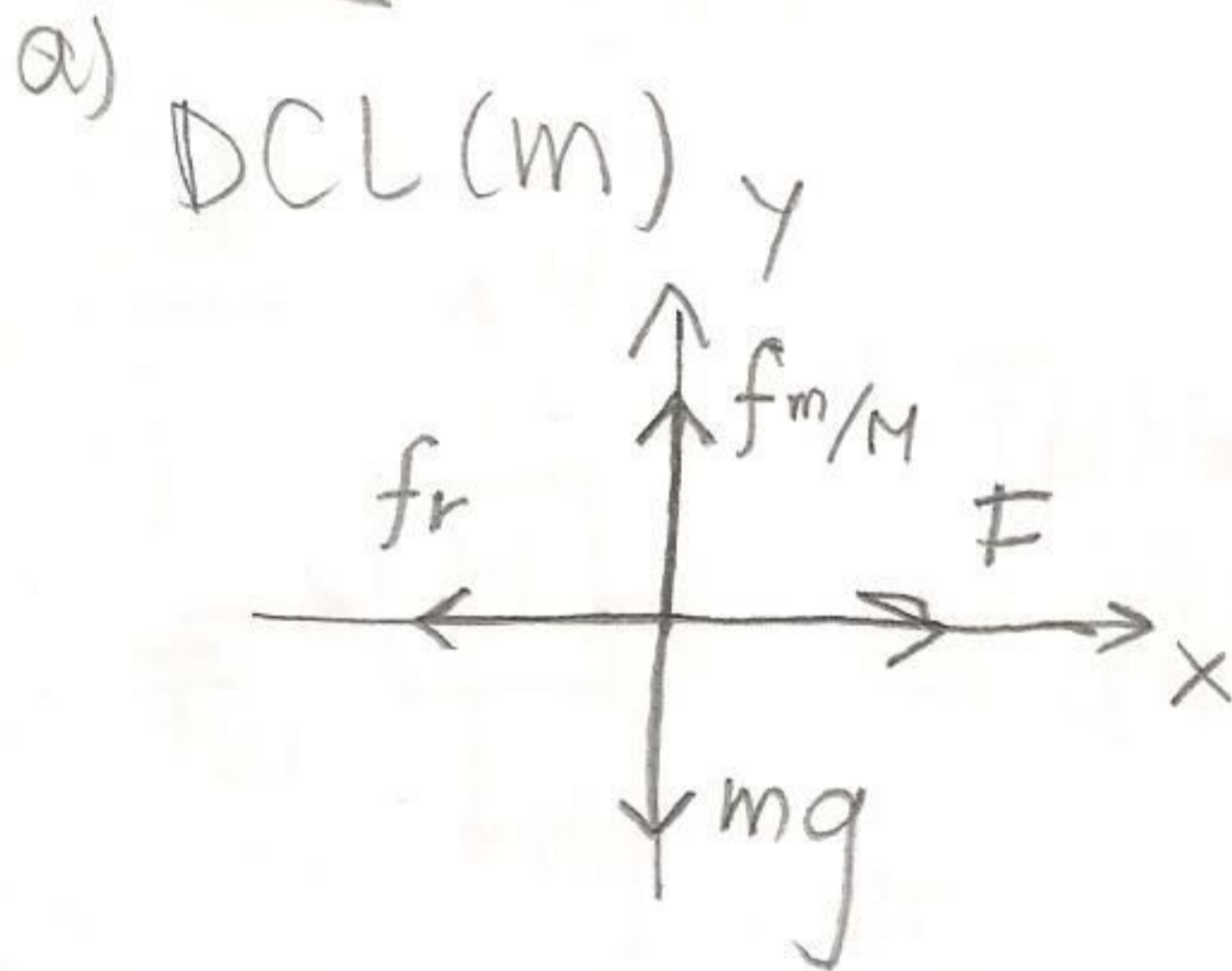
- Dibujar el diagrama de cuerpo libre de cada uno de los carros.
- Escribir las ecuaciones de Newton (proyectadas horizontal y verticalmente) del movimiento de cada carro.
- Calcular y dibujar la fuerza de contacto con ( $M$ ) que actúa sobre ( $m$ ) (componentes horizontal y vertical).
- Calcular y dibujar el vector aceleración de ( $m$ ) relativo a un sistema de coordenadas solidario con ( $M$ ).

EXPRESAR RESULTADOS EN FUNCION UNICAMENTE DE LOS DATOS:  
( $m, M, F, \mu, g$ )



- DCL
- $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}$
- $f_c = ?$
- $a = ?$

Sol:



b)

$$\begin{cases} F - f_r = m a_m \\ f_{m/M} - mg = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_r = M a_M \\ N - f_{M/m} - Mg = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{f}_{M/m} = -\vec{f}_{m/M} \\ |f_{m/M}| = f \end{cases}$$

$$F - f_r = ma_m \Rightarrow a_m = \frac{F - \mu(m+M)g}{m}$$

$$f_c = \mu N$$

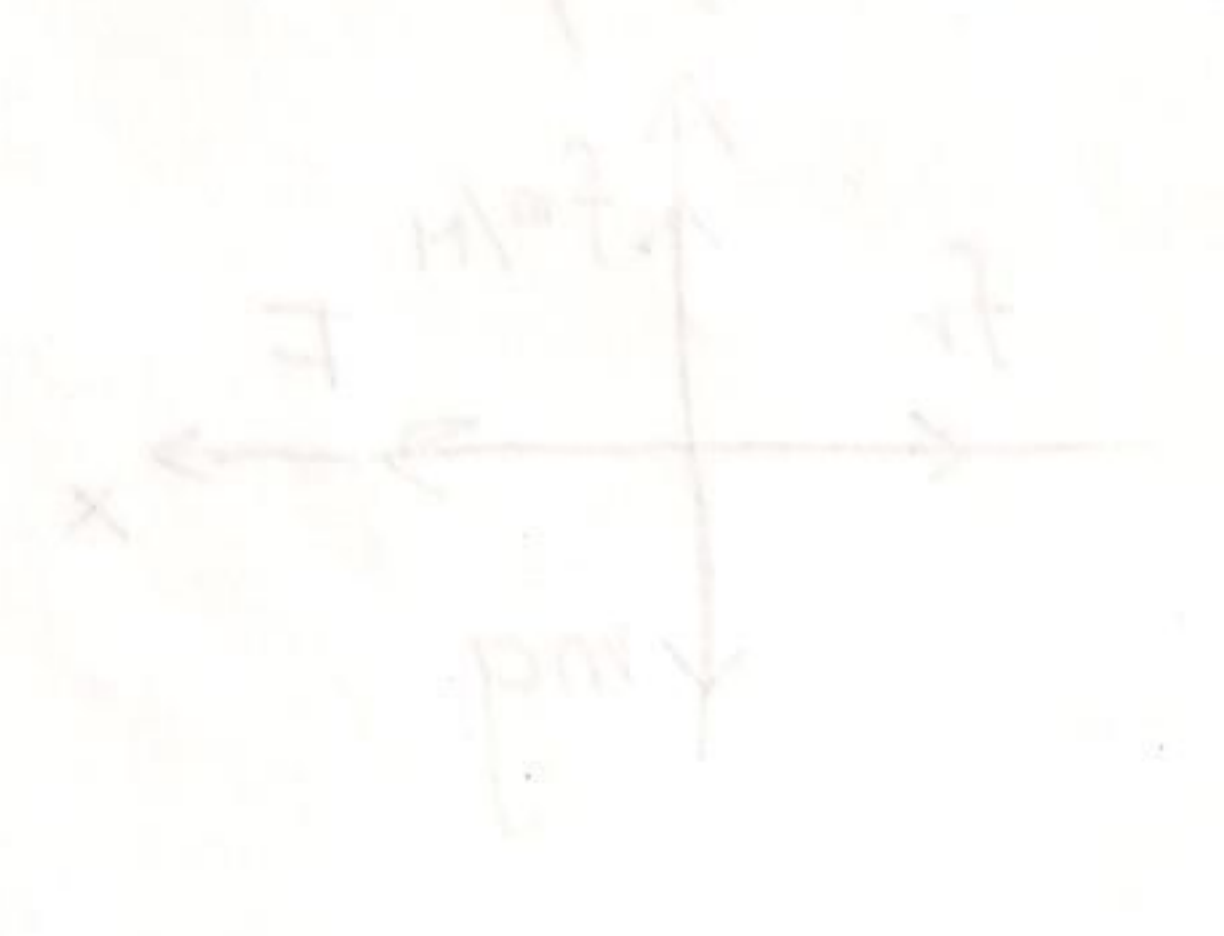
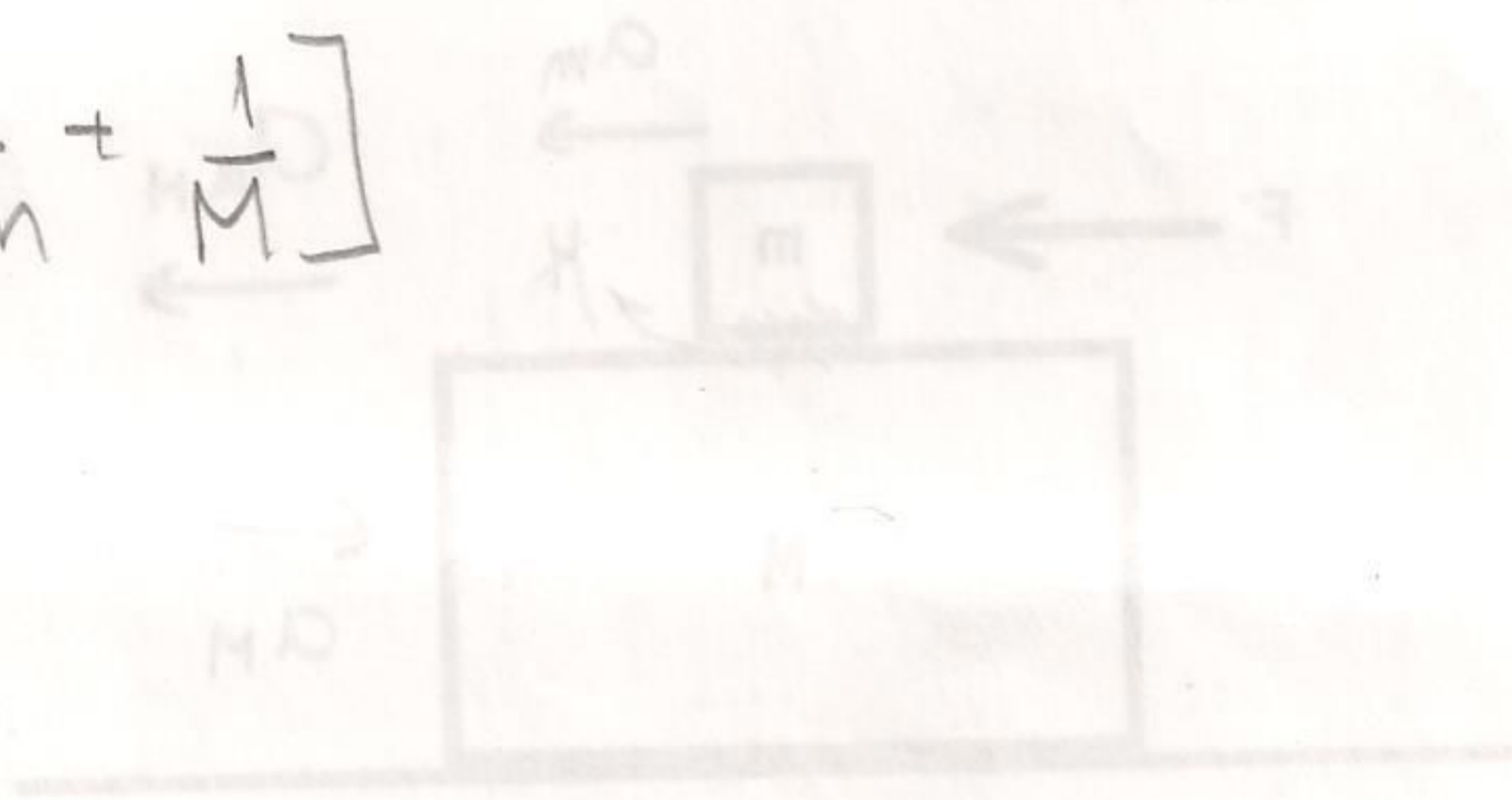
$$f_r = \mu N = \mu(m+M)g \Rightarrow a_M = \frac{\mu N}{M} \Rightarrow a_M = \frac{\mu(m+M)g}{M}$$

$$N + f_c - Mg = 0 \Rightarrow N = (m+M)g$$

$$a_{m,M} = a_m - a_M$$

$$\Rightarrow a_{m,M} = \frac{F - \mu(m+M)g}{m} - \frac{\mu(m+M)g}{M}$$

$$\Rightarrow a_{m,M} = \frac{F}{m} - \mu(m+M)g \left[ \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right]$$



$$f_r = \mu N$$

$$N = Mg$$

$$0 = Mg - N$$

$$f_r = \mu N$$

$$0 = Mg - N$$